Introdução

PROBABILIDADE

FÓRMULA

A probabilidade de um evento ocorrer é calculada pela razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número de casos possíveis.

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(E)}$$

n (A): Número de casos favoráveis

n (E): Total de resultados

DEFINIÇÃO

Probabilidade é um conceito estatístico relacionado a situações aleatórias

EXEMPLO

Consideremos o experimento aleatório "Lançar um dado"

O espaço amostral: Todos os resultados possíveis = E ou seja, quando lançamos um dado, quais são os possíveis resultados?

E = { 1,2,3,4,5,6}, então o número de possibilidades é 6 > n(E) = 6

Podemos separar também por eventos:

Evento A - Quais são os possíveis resultados de sair um múltiplo de 3?
A = {3,6} então o número de possibilidades é 2 > n(A) = 2

PROBABILIDADE DE UM EVENTO

Número que busca quantificar a chance desse evento ocorrer:
Usaremos a fórmula para fazer a conta. Chamaremos esse evento de Evento B

Qual é a probabilidade de jogarmos um dado e o resultado for um número par?

O espaço amostral são todos os resultados possíveis, então 6, e o evento b são números pares, ou seja, 3

Espaço amostral = {1,2,3,4,5,6} e o Evento B= {2,4,6}

$$p(B) = \frac{3}{6} \rightarrow p(B) = \frac{1}{2} \rightarrow$$

PROBABILIDADE DA UNIÃO

PROBABILIDADE DA UNIÃO

A probabilidade da união de dois eventos é a probabilidade de que ocorra <u>pelo menos um dos dois eventos (ou os dois).</u>

Representaremos dois eventos, o evento A e o evento B

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$\cup$ = união
P = probabilidade de acontecer tal evento

EXEMPLO

Consideremos o experimento aleatório "Lançar um dado"

1. Vamos definir dois eventos:
   - Evento A: sair um número par
   - ou
   - Evento B: sair um número maior que 4

   O espaço amostral: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

2. Quais são os elementos de cada evento?

   A={2,4,6} → números pares
   B={5,6} → números maiores que 4
   Porém, 6 é um número par maior que 4, ocorrendo uma intersecção (∩)
   A∩B={6} → número que é par e maior que 4

3. Aplicar a fórmula da união
   $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   P(A)= 3/6
   P(B)= 2/6
   P(A∩B)= 1/6

4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
   $P(A \cup B) = 3/6 + 2/6 - 1/6$
   $P(A \cup B) = 4/6$

RESPOSTA: A probabilidade de lançar um dado e vier ou um número par ou um número maior que 4 é de 4/6 ou simplificando, 2/3.

PROBABILIDADE
INTERSECÇÃO

EXEMPLOS

A interseção de dois eventos (chamaremos de Evento A e Evento B), representada por A∩B, é a probabilidade de que os dois eventos aconteçam ao mesmo tempo.

Se os eventos são independentes, usamos:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

isso significa: um não influencia o outro

Se os eventos são dependentes, usamos:, usamos:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$

Isso significa: a chance de A acontecer e depois B acontecer dado que A já aconteceu.

1 Consideremos o experimento aleatório "Lançar um dado"

Evento A: sair número par → A={2,4,6}
Evento B: sair número maior que 4 → B={5,6}

Qual é a probabilidade de sair um número que seja par e maior que 4 ao mesmo tempo?

Se for um único evento, o mais direto é olhar os elementos da interseção.

Evento A: {2,4,6}, Evento B: {5,6}
A∩B = 6

Voltamos e usaremos a fórmula da probabilidade.
$P(A \cap B) = 1/6$

Então a probabilidade de sair um número que seja par e maior que 4 ao mesmo tempo é 1/6

PROBABILIDADE
INTERSECÇÃO

EXEMPLOS

A interseção de dois eventos (chamaremos de Evento A e Evento B), representada por A∩B, é a probabilidade de que os dois eventos aconteçam ao mesmo tempo.

Se os eventos são independentes, usamos:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

isso significa: um não influencia o outro

Se os eventos são dependentes, usamos: usamos:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$

Isso significa: a chance de A acontecer e depois B acontecer dado que A já aconteceu.

1 Agora faremos um exemplo com dois experimentos seguidos

Jogar dois dados

Evento A: o primeiro dado cai em um número par → {2, 4, 6}
Evento B: o segundo dado cai em um número maior que 4 → {5, 6}

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$P(A) = 3/6$ ou $1/2$
$P(B) = 2/6$ ou $1/3$

Qual é a probabilidade do primeiro dado sair um número que seja par e o segundo dado sair um número maior que 4 ?

$P(A \cap B) = 1/2 \,.\, 1/3$

$P(A \cap B) = 1/6$

PROBABILIDADE
DA UNIÃO E INTERSECÇÃO

EXEMPLO DE EVENTOS DEPENDENTES

Tirando duas cartas sem reposição de um baralho

1 **Imagina que você tem um baralho normal com 52 cartas.**
Vamos definir:
Evento A: a primeira carta tirada é um rei
Evento B: a segunda carta tirada é um rei também
Como você não coloca a primeira carta de volta, o segundo evento depende do primeiro → eventos dependentes.

2 **Probabilidade de A**
no baralho, temos 4 reis.
P(A) = 4/52

3 **Probabilidade de B**
dado que A aconteceu
se você já tirou 1 rei, agora só tem 3 reis sobrando e o baralho tem 51 cartas, já que tirou uma carta já.
P(B|A)=35/1

4 **Aplicar a fórmula da interseção com dependência.**

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(A \cap B) = 4/52 \cdot 3/51$$

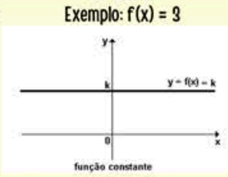
$$P(A \cap B) = 1/221$$

Função polinomial do 1º grau

f(x) = ax + b, onde a 0

Função constante:

- Forma: f(x) = b
- Gráfico: Reta horizontal paralela ao eixo x.
- Exemplo: f(x) = 3



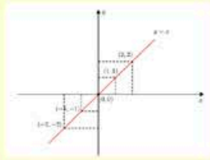
Disponível em: https://app.planejativo.com/estudar/947/resumo/matematica-funcao-constante-e-funcao-afim

DOMÍNIO E IMAGEM

- Domínio (D): todos os números reais (ℝ): tais números representam todos os valores de entrada (x) possíveis.
- Imagem (Im): todos os números reais (ℝ), exceto no caso da função constante (quando a=0), pois nesse caso, a imagem será igual ao coeficiente linear (b): tais números representam todos os valores de saída (y ou f(x)) que a função pode produzir.

FUNÇÃO IDENTIDADE

- a = 1 e b = 0
- Forma: f(x) = y = x
- A reta é uma bissetriz do 1º e 3º quadrantes



Disponível em: https://promilitares.com.br/concursos-militares/conteudo/funcoes-funcao-afim-parte-1/

FORMA REDUZIDA

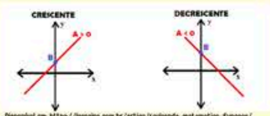
- y = mx + n (assim como y = ax + b, essas equações representam a mesma coisa: a equação reduzida da reta)
- m = coeficiente angular
- n = coeficiente linear

ZERO DA FUNÇÃO (RAIZ)

- É o valor de x que torna f(x) = 0
- Calculado por: ax+b=0 ⇒ x=−b/a
- Representa o ponto onde a reta corta o eixo x.

"a"

- coeficiente angular da reta
- quanto maior a , mais inclinada é a reta:
- Dados dois pontos A(x1,y1) e B(x2,y2) da reta, o "a" pode ser calculado da seguinte forma: a = Δy/Δx= (y2−y1)/(x2−x1)
- "a" também pode ser encontrado através do cálculo da tangente do ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas (eixo x), ou seja, a = tgθ
- a > 0: reta crescente
- a < 0: reta descrescente
- a = 0: função constante (reta horizontal)



Disponível em: https://iensino.com.br/artigo/revisando-matematica-funcoes/

"b"

- coeficiente linear da reta (ponto onde a reta corta o eixo das ordenadas (eixo y), ou seja, o valor de y quando o x é 0):
- b > 0: A reta corta o eixo y acima da origem (quando x = 0 e y = 0, construindo, assim, o ponto (0,0)):
- b < 0: A reta corta o eixo y abaixo da origem:
- b=0: A reta passa pela origem (0,0) (função linear).

INTERSECÇÃO DE RETAS

- ponto comum onde duas retas se cruzam
- exemplo: Retas y = 2x+1 e y = −x+4: Igualando: 2x+1 = −x+4 x=1. Substituindo: y=2(1)+1=3. Ponto de intersecção: (1,3)
- CASOS POSSÍVEIS:
  1) 1 ponto de intersecção: a1 a2 (retas concorrentes).
  2) Nenhum ponto: a1=a2 e b1 b2 (retas paralelas).
  3) Infinitos pontos: a1 = a2 e b1 = b2 (retas coincidentes).

Função quadrática

f(x) = ax²+bx+c, onde a 0

- "a": determina a concavidade (se a>0, parábola para cima; se a<0, para baixo).
- "b": influencia como a função corta o eixo y.
- "c": ponto onde a parábola corta o eixo y (0,c)

DOMÍNIO E IMAGEM

- Domínio (D): todos os números reais (ℝ): tais números representam todos os valores de entrada (x) possíveis.
- Imagem (Im): para a > 0, a imagem é do Y do vértice (Yv = −Δ/4a) até o + ; para a < 0, a imagem é do − até o Yv: tais números representam todos os valores de saída (y ou f(x)) que a função pode produzir.

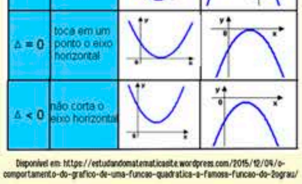
ZEROS DA FUNÇÃO (RAÍZES)

- Fórmula de Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Número de raízes:
  Δ > 0: Duas raízes reais distintas.
  Δ = 0: Uma raiz real (dupla).
  Δ < 0: Nenhuma raiz real.

GRÁFICO:



delta Δ	a parábola no plano cartesiano	a > 0 concavidade para cima	a < 0 concavidade para baixo
Δ > 0	corta o eixo horizontal em dois pontos		
Δ = 0	toca em um ponto o eixo horizontal		
Δ < 0	não corta o eixo horizontal		

Disponível em: https://estudandomatematicasite.wordpress.com/2015/12/04/o-comportamento-do-grafico-de-uma-funcao-quadratica-a-famosa-funcao-do-2ograu/

Vértice da Parábola

$$V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

Pontos máximo e mínimo

- se a > 0, vértice é o ponto mínimo
- se a < 0, vértice é o ponto máximo

Formas alternativas de escrever a função:

- Forma Fatorada: f(x)=a(x−x1)(x−x2) (se existirem raízes reais); nesse formato, x1 e x2 são as raízes e o "a" é coeficiente que define a concavidade da parábola
- Forma Canônica: f(x)=a(x−h)²+ k (onde h é o X do vértice (Xv) e o k é o Y do vértice (Yv))

Função exponencial

A função exponencial não intercepta o eixo x porque seu valor nunca é zero para nenhum x real; além disso, a função logarítmica não intercepta o y (isso ocorre pois as duas funções são inversas).

$f(x) = a^x$, onde $a > 0$ e a   1

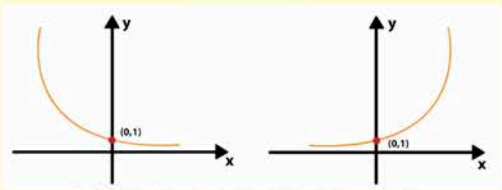
EQUAÇÃO EXPONENCIAL

$2^{x+1} = 8 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2.$

CRESCIMENTO/DECRESCIMENTO

- Se a>1: função crescente.
- Se 0<a<1: função decrescente.

GRÁFICO:



Disponível em: https://blog.professorferretto.com.br/grafico-da-funcao-exponencial-parte-1/

Função logarítmica:

$\log_a b = y \Leftrightarrow a^y = b$ ← Definição de logaritmo

(Logaritmando: b; Base: a; Logaritmo: y)

$f(x) = \log_a x$ ← Função logarítmica

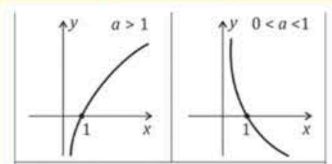
Disponível em: https://realizeeducacao.com.br/blog/funcoes-logaritmicas/

(com $a > 0$, a   1 e $b > 0$)

CRESCIMENTO/DECRESCIMENTO

- Se a>1, a função é crescente.
- Se 0<a<1, a função é decrescente.

GRÁFICO:



Gráficos da função logarítmica de base a.

Disponível em: https://www.geogebra.org/m/tquatedq

PROPRIEDADES LOGARÍTMICAS:

PROPRIEDADES DOS LOGARITMOS	
Logaritmo do produto	$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
Logaritmo do quociente	$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
Logaritmo da potência	$\log_a b^c = c \cdot \log_a b$
Logaritmo de base com potência	$\log_{a^x} b = \frac{1}{x}\log_a b$
Mudança de base	$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

Disponível em: https://www.respondeai.com.br/conteudo/calculo/pre-calculo/tabelas/propriedades-de-log-tabela